C. d. L. in Ingegneria Biomedica
Esame di Analisi 2 - 07/06/2013 - FILA A

Nome e cognome:

Matricola:

Nel seguente esame dovrete risolvere 5 esercizi.
Gli esercizi 1 e 2 valgono **6 punti**; gli esercizi 3 e 5 valgono **7 punti**; l'esercizio 4 vale **8 punti**.

Il massimo punteggio ottenibile nella prova è perciò **34** punti.

Ricordatevi di **motivare** i passaggi effettuati nel modo più chiaro possibile.

Per lo svolgimento dell'esame avete **3 ore e 15 minuti**.

In caso di superamento dello scritto, voglio sostenere l'orale in data

☐ 13-14 giugno ☐ 26-27 giugno ☐ 3-4 luglio

Io sottoscritto /a ,
ai sensi della vigente normativa sulla privacy, autorizzo la pubblicazione dei risultati di questa prova sulla pagina web del docente, e l'affissione in Dipartimento.

Firma

1) a- Verificare che la funzione $f(x,y) = \mathrm{e}^x \cos y$ è una soluzione dell'equazione di Laplace

$$\Delta u = 0, \quad (\text{ si ricordi che } \Delta = \nabla\cdot\nabla, \text{ ovvero } \Delta = \text{ divergenza del gradiente}).$$

b- Determinare massimi e minimi della funzione $f(x,y)$ sul rettangolo

$$Q = [0,1] \times \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right].$$

c- Se $f(x,y)$ è la densità lineare di massa di un filo materiale rettilineo avente estremi nei punti $(1,1)$ e $(\pi/2, \pi/2)$ del piano cartesiano, quanto vale la massa del filo?

2) Studiare continuità, derivabilità (esistenza del gradiente) e differenziabilità in $\mathbb{R}^2$ della funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3y^2 - x^2y^3}{x^4+y^4} + 1 & (x,y) \neq (0,0) \\ 1 & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3) Scrivere l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + y = \frac{1}{\sin x} + \sin^3 x$$

(utilizzare i metodi classici).

4) a- Assegnato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y,z) = \left(\sqrt{x^2+y^2}, z, \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}\right),$$

stabilire se è conservativo e, in caso affermativo, determinare il potenziale che nell'origine assume valore pari a 0.

b- Data la curva γ parametrizzata da $\varphi(t) = (\cos t, \sin t, t^2)$, per $t \in [0,\pi]$, dire se si tratta di una curva regolare, semplice, chiusa. Successivamente calcolare il lavoro di $\mathbf{F}$ lungo γ.

c- Calcolare il flusso di $\mathbf{F}$ attraverso la porzione del cono $z = \sqrt{x^2+y^2}$ compresa tra i piani $\{z=1\}$ e $\{z=2\}$ (si intende la sola superficie laterale), orientata in modo che $\nu \cdot \mathbf{e_3} > 0$.
Facoltativo: quanto vale l'area di tale porzione di cono?

5) Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D \log y \, dxdy$$

ove D è la regione limitata di piano compresa tra le curve $y = \mathrm{e}^x$ e $y = \mathrm{e}^{-x}$ e la retta $y = 1/2$.

C. d. L. in Ingegneria Biomedica
Esame di Analisi 2 - 07/06/2013 - FILA B

Nome e cognome:

Matricola:

Nel seguente esame dovrete risolvere 5 esercizi.
Gli esercizi 1 e 2 valgono **6 punti**; gli esercizi 3 e 5 valgono **7 punti**; l'esercizio 4 vale **8 punti**.

Il massimo punteggio ottenibile nella prova è perciò **34** punti.

Ricordatevi di **motivare** i passaggi effettuati nel modo più chiaro possibile.

Per lo svolgimento dell'esame avete **3 ore e 15 minuti**.

In caso di superamento dello scritto, voglio sostenere l'orale in data

☐ 13-14 giugno ☐ 26-27 giugno ☐ 3-4 luglio

Io sottoscritto /a ,
ai sensi della vigente normativa sulla privacy, autorizzo la pubblicazione dei risultati di questa prova sulla pagina web del docente, e l'affissione in Dipartimento.

Firma

1) a- Verificare che la funzione $f(x,y) = x^3 - 3xy^2$ è una soluzione dell'equazione di Laplace

$$\Delta u = 0, \quad (\text{ si ricordi che } \Delta = \nabla\cdot\nabla, \text{ ovvero } \Delta = \text{ divergenza del gradiente}).$$

b- Determinare massimi e minimi di $f(x,y)$ sul quadrato $[0,1] \times [1,2]$.

c- Si possiede un filo materiale rettilineo con densità lineare di massa pari a $f(x,y)$, disposto in modo da congiungere nel piano cartesiano i punti $(0,0)$ e $(5,1)$. Quanto vale la massa del filo?

2) Studiare continuità, derivabilità (esistenza del gradiente) e differenziabilità in $\mathbb{R}^2$ della funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^4 - x^4y}{x^4 + y^4} + 1 & (x,y) \neq (0,0) \\ 1 & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3) Determinare, con i metodi classici, l'integrale generale dell'equazione

$$y'' - 8y' + 16y = \mathrm{e}^{2x} + \frac{\mathrm{e}^{4x}}{x} + 1$$

4) a- Assegnato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y,z) = (3\mathrm{e}^x(y^2+z^2), 6\mathrm{e}^x y, 6\mathrm{e}^x z),$$

stabilire se è conservativo e, in caso affermativo, determinare il potenziale che nell'origine assume valore pari a 2.

b- Data la curva γ parametrizzata da $\varphi(t) = (t(t-2\pi), \cos t, \sin t)$, per $t \in [0, 2\pi]$, stabilire se è regolare, semplice, chiusa. Determinare il valore del lavoro di $\mathbf{F}$ lungo γ.

c- Calcolare il flusso di $\mathbf{F}$ attraverso la porzione di superficie di equazione

$$x = \log\left(\frac{1}{y^2+z^2}\right),$$

individuata da $1 \leq y^2 + z^2 \leq 2$, orientata in modo che $\nu \cdot \mathbf{e_1} > 0$.
Facoltativo: quanto vale l'integrale di superficie di $g(x,y,z) = \sqrt{y^2+z^2}$ su tale porzione di superficie?

5) Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D (\mathrm{e}^{2y} + \mathrm{e}^y)\, dxdy$$

ove D è la regione limitata di piano compresa tra le curve $y = \log x$ e $y = \log(3-x)$ e l'asse x.

C. d. L. in Ingegneria Biomedica
Esame di Analisi 2 - 07/06/2013 - FILA C

Nome e cognome:

Matricola:

Nel seguente esame dovrete risolvere 5 esercizi.
Gli esercizi 1 e 2 valgono **6 punti**; gli esercizi 3 e 5 valgono **7 punti**; l'esercizio 4 vale **8 punti**.

Il massimo punteggio ottenibile nella prova è perciò **34** punti.

Ricordatevi di **motivare** i passaggi effettuati nel modo più chiaro possibile.

Per lo svolgimento dell'esame avete **3 ore e 15 minuti**.

In caso di superamento dello scritto, voglio sostenere l'orale in data

☐ 13-14 giugno ☐ 26-27 giugno ☐ 3-4 luglio

Io sottoscritto /a ,
ai sensi della vigente normativa sulla privacy, autorizzo la pubblicazione dei risultati di questa prova sulla pagina web del docente, e l'affissione in Dipartimento.

Firma

1) a- Verificare che la funzione $f(x,y) = \mathrm{e}^x \cos y$ è una soluzione dell'equazione di Laplace

$$\Delta u = 0, \quad (\text{ si ricordi che } \Delta = \nabla\cdot\nabla, \text{ ovvero } \Delta = \text{ divergenza del gradiente}).$$

b- Determinare massimi e minimi della funzione $f(x,y)$ sul rettangolo

$$Q = [0,1] \times \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right].$$

c- Se $f(x,y)$ è la densità lineare di massa di un filo materiale rettilineo avente estremi nei punti $(1,1)$ e $(\pi/2, \pi/2)$ del piano cartesiano, quanto vale la massa del filo?

2) Studiare continuità, derivabilità (esistenza del gradiente) e differenziabilità in $\mathbb{R}^2$ della funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3y^2 - x^2y^3}{x^4+y^4} + 2 & (x,y) \neq (0,0) \\ 2 & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3) Scrivere l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + y = \frac{2}{\sin x} + \sin^3 x$$

(utilizzare i metodi classici).

4) a- Assegnato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y,z) = \left(\sqrt{x^2+y^2}, z, \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}\right),$$

stabilire se è conservativo e, in caso affermativo, determinare il potenziale che nell'origine assume valore pari a 0.

b- Data la curva γ parametrizzata da $\varphi(t) = (\cos t, \sin t, t^2)$, per $t \in [0,\pi]$, dire se si tratta di una curva regolare, semplice, chiusa. Successivamente calcolare il lavoro di $\mathbf{F}$ lungo γ.

c- Calcolare il flusso di $\mathbf{F}$ attraverso la porzione del cono $z = \sqrt{x^2+y^2}$ compresa tra i piani $\{z=1\}$ e $\{z=2\}$ (si intende la sola superficie laterale), orientata in modo che $\nu \cdot \mathbf{e_3} > 0$.
Facoltativo: quanto vale l'area di tale porzione di cono?

5) Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D 2\log y \, dxdy$$

ove D è la regione limitata di piano compresa tra le curve $y = \mathrm{e}^x$ e $y = \mathrm{e}^{-x}$ e la retta $y = 1/2$.

C. d. L. in Ingegneria Biomedica
Esame di Analisi 2 - 07/06/2013 - FILA D

Nome e cognome:

Matricola:

Nel seguente esame dovrete risolvere 5 esercizi.
Gli esercizi 1 e 2 valgono **6 punti**; gli esercizi 3 e 5 valgono **7 punti**; l'esercizio 4 vale **8 punti**.

Il massimo punteggio ottenibile nella prova è perciò **34** punti.

Ricordatevi di **motivare** i passaggi effettuati nel modo più chiaro possibile.

Per lo svolgimento dell'esame avete **3 ore e 15 minuti**.

In caso di superamento dello scritto, voglio sostenere l'orale in data

☐ 13-14 giugno ☐ 26-27 giugno ☐ 3-4 luglio

Io sottoscritto /a ,
ai sensi della vigente normativa sulla privacy, autorizzo la pubblicazione dei risultati di questa prova sulla pagina web del docente, e l'affissione in Dipartimento.

Firma

1) a- Verificare che la funzione $f(x,y) = x^3 - 3xy^2$ è una soluzione dell'equazione di Laplace

$$\Delta u = 0, \quad (\text{ si ricordi che } \Delta = \nabla\cdot\nabla, \text{ ovvero } \Delta = \text{ divergenza del gradiente}).$$

b- Determinare massimi e minimi di $f(x,y)$ sul quadrato $[0,1] \times [1,2]$.

c- Si possiede un filo materiale rettilineo con densità lineare di massa pari a $f(x,y)$, disposto in modo da congiungere nel piano cartesiano i punti $(0,0)$ e $(5,1)$. Quanto vale la massa del filo?

2) Studiare continuità, derivabilità (esistenza del gradiente) e differenziabilità in $\mathbb{R}^2$ della funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^4 - x^4y}{x^4 + y^4} + 2 & (x,y) \neq (0,0) \\ 2 & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3) Determinare, con i metodi classici, l'integrale generale dell'equazione

$$y'' - 8y' + 16y = 4\mathrm{e}^{2x} + \frac{\mathrm{e}^{4x}}{x} + 2$$

4) a- Assegnato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y,z) = (3\mathrm{e}^x(y^2+z^2), 6\mathrm{e}^x y, 6\mathrm{e}^x z),$$

stabilire se è conservativo e, in caso affermativo, determinare il potenziale che nell'origine assume valore pari a 1.

b- Data la curva γ parametrizzata da $\varphi(t) = (t(t-2\pi), \cos t, \sin t)$, per $t \in [0, 2\pi]$, stabilire se è regolare, semplice, chiusa. Determinare il valore del lavoro di $\mathbf{F}$ lungo γ.

c- Calcolare il flusso di $\mathbf{F}$ attraverso la porzione di superficie di equazione

$$x = \log\left(\frac{1}{y^2+z^2}\right),$$

individuata da $1 \leq y^2 + z^2 \leq 2$, orientata in modo che $\nu \cdot \mathbf{e_1} > 0$.
Facoltativo: quanto vale l'integrale di superficie di $g(x,y,z) = \sqrt{y^2+z^2}$ su tale porzione di superficie?

5) Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D 2(\mathrm{e}^{2y} + \mathrm{e}^y)\, dxdy$$

ove D è la regione limitata di piano compresa tra le curve $y = \log x$ e $y = \log(3-x)$ e l'asse x.